

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر است. (ب) اگر صفحه P با مولد (d) موازی باشد و از راس سطح مخروطی عبور کند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک است. (پ) در بیضی، در حالتی که $\frac{c}{a} = 0$ بیضی به تبدیل می شود. (ت) در فضای R^3، نقطه $(-3, 2, -5)$ در ناحیه (کنج) دستگاه مختصات قرار دارد.	۱
۲	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (الف) اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و $rA = rB$ آن گاه داریم: $A = B$. (ب) مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس اند، یک نیم خط عمود بر خط d در نقطه A است. (پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت. (ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد، آنگاه ضرب داخلی آنها یک عدد حقیقی مثبت است.	۲
۳	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ n+1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض اند، اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل AB را محاسبه کنید.	۱
۴	اگر $2A = \begin{bmatrix} A & -4 \\ 1 & A \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت حاصل A^{-1} را بیابید.	۱/۵
۵	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید. $\begin{cases} 3x - 4y = 7 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$	۱
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰			
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۶	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O'(2,1)$ بوده و بر خط $3x + 4y = -5$ مماس باشد.	۱
۷	وضعیت دایره $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ با دایره ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع یک را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۵
۸	در شکل مقابل اگر $OF = c, OB = b, OA = a$ باشد، ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2$	۱
۹	نقطه M روی بیضی به اقطار ۱۰ و ۶ واحد به گونه ای قرار دارد، که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. الف) نشان دهید مثلث MFF' قائم الزویه است. ب) طول MF را به دست آورید. (F, F' کانون های بیضی هستند و $MF < MF'$).	۱/۵
۱۰	اگر نقطه $A(2,3)$ رأس سهمی و $y = 7$ معادله خط هادی سهمی باشد الف) معادله سهمی را به دست آورید. ب) مختصات کانون سهمی را بیابید	۱/۲۵
۱۱	در یک دیش مخابراتی به شکل سهموی با دهانه دایره ای به قطر ۶۰ واحد و گودی (عمق) ۹ واحد مفروض است فاصله کانونی این دیش را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۲	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) اگر $y = b$ معادله صفحه ای در فضای R^3 باشد که از نقطه $A = (2, -3, 4)$ بگذرد، مقدار عددی b چقدر است؟ ب) معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ مربوط به کدام محور در دستگاه مختصات R^3 است؟ پ) در فضای R^3 ، نقطه A به عرض ۲ و ارتفاع ۳ روی صفحه yoz و نقطه $B = (-4, 6, -3)$ مفروض اند مختصات وسط AB را بیابید.	۱/۵
	« ادامه سؤالات در صفحه سوم »	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۳	اگر $\vec{a} = (1, -3, 4)$ ، $\vec{b} = (3, -4, 2)$ و $\vec{c} = (-1, 1, 4)$ باشند آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی باشند به ترتیب با طول های ۲ و ۳ و این ویژگی که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ، مقدار عددی عبارت $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید: دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$.	۱/۲۵
۱۶	سه بردار $\vec{a} = (2, 3, 1)$ و $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ و $\vec{c} = (2, 1, -2)$ مفروض اند. الف) برداری عمود بر دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را به دست آورید. ب) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود را به دست آورید.	۲
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره ۲۰

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف		راهنمای تصحیح					
۱		الف (الف) ۸ (۰/۲۵) ب) خط (۰/۲۵) پ) دایره (۰/۲۵) ت) ۶ (۰/۲۵)					
۲		الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵) ت) نادرست (۰/۲۵)					
۳		$\begin{cases} m-2=0 \\ n+1=0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m=2 \quad (0/25) \\ n=-1 \quad (0/25) \end{cases}$ $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & 0 & -3 \\ 9 & -3 & 6 \end{bmatrix} \quad (0/5)$					
۴		$\frac{1}{5} \quad 2A = (A ^2 + 4) \longrightarrow (A - 2)^2 = 0 \longrightarrow A = 2 \quad (0/25)$ $ A^{-1} = \frac{1}{ A } = \frac{1}{2} \quad (0/25)$					
۵		$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3+8} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}}_{(0/5)} \underbrace{\begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}}_{(0/25)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (0/25)$					
۶		فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر دایره برابر است با: $r = \frac{ 3(2) + 4(1) + 5 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (0/5)$ معادله دایره ای برابر است با $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9 \quad (0/5)$					
۷		مرکز وشعاع دایره $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ برابر است با $O' = (3,1), r' = 1 \quad (0/5)$ فاصله دو مرکز برابر $d)r + r' = 2 \quad (0/25)$ و $d = oo' = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{10} \quad (0/5)$ دو دایره بیرون یکدیگرند (متخارجند) $(0/25)$.					

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف	
۱	نقطه B روی عمودمنصف پاره خط FF' قرار دارد در نتیجه: فاصله هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر است با قطر بزرگ بیضی: $(۰/۲۵) \quad BF + BF' = 2a \xrightarrow{(۱)} BF = BF' = a$ بنا به رابطه فیثاغورث در مثلث BOF داریم: $(۰/۲۵) \quad OF^2 + OB^2 = BF^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} c^2 + b^2 = a^2 \quad (۰/۲۵)$	۸	
۱/۵	الف) $\begin{cases} 2a = 10 \longrightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \longrightarrow b = 3 \end{cases} \quad (۰/۲۵) \longrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \longrightarrow c = 4 \quad (۰/۲۵)$ در مثلث MFF' میانه وارد بر یک ضلع $MO = \frac{1}{2}FF' = 4$ نصف ضلع روبرو است. در نتیجه مثلث MFF' قائم الزاویه است. (۰/۲۵) ب) $MF + MF' = 2a = 10 \longrightarrow MF' = 10 - MF \quad (۰/۲۵)$ $MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \longrightarrow MF^2 + (10 - MF)^2 = 8^2 \longrightarrow MF = 5 - \sqrt{7} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵)	۹	
۱/۲۵	الف) با استفاده از جایگاه رأس و خط هادی سهمی قائم در دستگاه مختصات خواهیم داشت: $a = 4$ (۰/۲۵) دهانه سهمی روبه پایین است و معادله آن برابر است با $(x-2)^2 = -4(4)(y-3)$ (۰/۵) ب) مختصات کانون سهمی برابر است با $F = (2, -1)$ (۰/۵).	۱۰	
۰/۷۵	اگر قطر دهانه دیش را با $2b$ و گودی را با h نمایش دهیم. فاصله کانونی برابر (۰/۲۵) $a = \frac{fb^2}{16h}$ است. $a = \frac{(2b)(2b)}{16h} = \frac{60 \times 60}{16(9)} = 25$ (۰/۵) $h = 9$, $2b = 60$ با جایگذاری در رابطه فوق داریم: (اگر رابطه فوق به صورت $a = \frac{b^2}{4h} = \frac{(30)^2}{4(9)} = 25$ (۰/۷۵) نوشته شود درست است.)	۱۱	
۱/۵	الف) $b = -3$ (۰/۵) محور Z ها (۰/۵) ب) نقطه $A = (0, 2, 3)$ (۰/۲۵) و مختصات وسط AB برابر است با: $(-2, 4, 0)$ (۰/۲۵)	۱۲	
۱/۵	$\vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 6) \quad (۰/۵), \quad \vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{ \vec{b} + \vec{c} ^2} (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{35}{49} (2, -3, 6) \quad (۰/۷۵)$ (۰/۲۵)	۱۳	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه			
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳					
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir					
ردیف		راهنمای تصحیح						نمره	
۱۴		$ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} ^2 = \vec{o} ^2 \quad (0 / 25) \Rightarrow \vec{a} ^2 + \vec{b} ^2 + \vec{c} ^2 + 2(\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = 0 \quad (0 / 5) \Rightarrow$ $1 + 4 + 9 + 2(\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = 0 \quad (0 / 25) \Rightarrow (\vec{a}.\vec{b} + \vec{b}.\vec{c} + \vec{c}.\vec{a}) = -7 \quad (0 / 25)$						۱/۲۵	
۱۵		$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{o} \Leftrightarrow \underbrace{ \vec{a} \times \vec{b} }_{0/25} = \underbrace{ \vec{o} }_{0/25} \Leftrightarrow \underbrace{ \vec{a} \, \, \vec{b} \times \sin \theta}_{0/25} = 0 \quad \xrightarrow{ \vec{a} \neq 0, \vec{b} \neq 0}$ $\underbrace{\sin \theta}_{0/25} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\theta = 0 \vee \theta = \pi}_{0/25} \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \quad (0 / 25)$						۱/۲۵	
۱۶		الف) برداری عمود بر دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با: $\underbrace{(-2\vec{b}) \times \vec{c}}_{(0/25)} = \underbrace{(2, -2, 0)}_{(0/25)} \times \underbrace{(2, 1, -2)}_{(0/5)} = \underbrace{(4, 4, 6)}_{(0/5)}$ ب) حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با: $ (\vec{a} . (\vec{b} \times \vec{c})) = \left (2, 3, 1) . \underbrace{(-2, -2, -3)}_{(0/5)} \right = \underbrace{13}_{(0/25)}$						۲	
		" مصحح گرامی، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "						۲۰	